

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

PHYSIQUE-CHIMIE

Jour 2

Durée de l'épreuve : **3 heures 30**

*L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collègue », est autorisé.*

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Ce sujet comporte 14 pages numérotées de 1/14 à 14/14.

Exercice 1 - Savon : parfum, synthèse et utilisation (9 points)

Le savon est un produit d'hygiène connu depuis l'Antiquité. Au cours des siècles, son procédé de fabrication et sa composition ont évolué. En effet, de nombreux savons contiennent, de nos jours, des additifs comme des parfums.

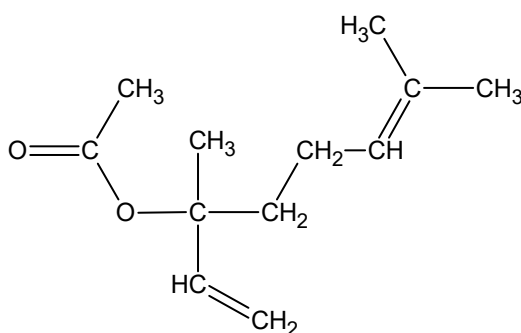
Les objectifs de cet exercice sont :

- d'étudier la réaction d'estérification conduisant à la formation de l'éthanoate de linalyle, espèce à l'odeur de lavande utilisée dans certains savons, et d'améliorer le rendement de cette réaction ;
- d'étudier le mécanisme réactionnel d'une synthèse d'un savon ;
- de discuter de l'influence de la dureté de l'eau sur le pouvoir moussant d'un savon.

1. Utilisation de l'acide éthanoïque pour la synthèse de l'éthanoate de linalyle

Données :

- formule semi-développée de l'éthanoate de linalyle :



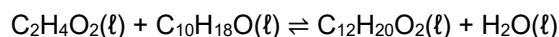
- propriétés physico-chimiques de différentes espèces chimiques :

Nom de l'espèce chimique	Acide éthanoïque	Linalol	Éthanoate de linalyle
Formule brute	C ₂ H ₄ O ₂	C ₁₀ H ₁₈ O	C ₁₂ H ₂₀ O ₂

- couple acide-base acide éthanoïque / ion éthanoate : C₂H₄O₂(aq)/C₂H₃O₂⁻(aq)
- produit ionique de l'eau à 25 °C : K_e = 1,0×10⁻¹⁴ ;
- concentration standard : c° = 1 mol·L⁻¹.

Q1. Représenter la formule topologique de l'éthanoate de linalyle, puis entourer le groupe caractéristique de cette molécule et nommer la famille fonctionnelle correspondante.

L'éthanoate de linalyle est synthétisé en faisant réagir du linalol avec de l'acide éthanoïque. L'équation de la réaction modélisant cette transformation chimique, appelée estérification, est :



Cette synthèse est une transformation chimique lente et non totale. On souhaite étudier l'évolution temporelle de l'avancement, noté x , de cette réaction. Pour cela, on titre la quantité de matière d'acide éthanoïque restant dans le milieu réactionnel, par une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium à différentes dates t au cours de la transformation.

Q2. Écrire l'équation de la réaction support du titrage.

Préalablement à cette expérience, on cherche à vérifier le caractère total de la transformation support du titrage. Pour cela, on introduit un volume $V_B = 5,0$ mL d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration $c_B = 1,0 \times 10^{-2}$ mol·L⁻¹ dans un volume $V_A = 50,0$ mL d'une solution d'acide éthanoïque. Dans ces conditions, l'acide éthanoïque est en excès. Le pH du mélange à 25°C est de 4,6.

Q3. Calculer, en utilisant la valeur de K_e , la concentration finale en quantité de matière en ions hydroxyde, notée $[\text{OH}^-]_f$, dans ce mélange de volume $V_A + V_B$. En déduire que la quantité de matière $n(\text{OH}^-)$ à l'état final dans le mélange est d'environ $2,2 \times 10^{-11}$ mol.

Q4. Comparer cette valeur à celle de la quantité d'ions hydroxyde introduite initialement puis commenter.

On admet qu'on peut généraliser ce résultat à tout moment du titrage.

On effectue expérimentalement le suivi temporel de l'estérification. Les résultats obtenus permettent de représenter l'évolution de la quantité de matière d'éthanoate de linalyle formé, notée n_{ester} , au cours du temps (figure 1).

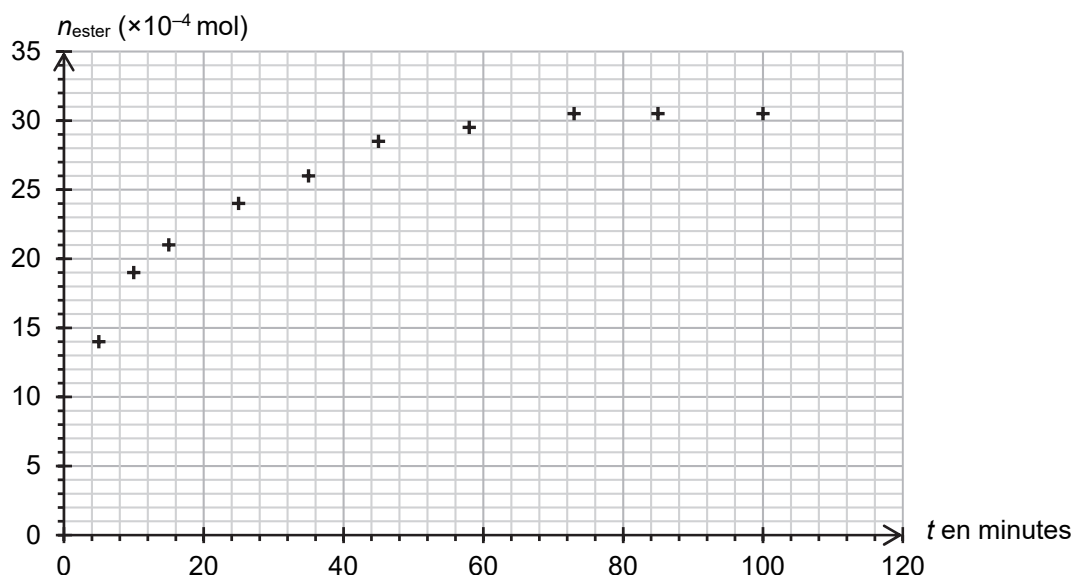


Figure 1. Courbe représentant l'évolution temporelle de n_{ester}

Q5. Exprimer la vitesse volumique d'apparition de l'éthanoate de linalyle, notée v_{ester} , en fonction du volume V du milieu réactionnel et de n_{ester} .

Q6. Décrire, en justifiant, l'évolution de la vitesse volumique d'apparition de l'éthanoate de linalyle au cours du temps. Proposer un facteur cinétique à l'origine de cette évolution.

Le rendement de cette synthèse est faible. Afin de l'améliorer, il est possible d'envisager un montage permettant l'élimination de l'eau produite au cours de la réaction. Le système étant homogène, on admet que la constante d'équilibre K de la réaction d'estérification s'écrit :

$$K = \frac{n(\text{C}_{12}\text{H}_{20}\text{O}_2)_{\text{éq}} \cdot n(\text{H}_2\text{O})_{\text{éq}}}{n(\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_2)_{\text{éq}} \cdot n(\text{C}_{10}\text{H}_{18}\text{O})_{\text{éq}}}$$

où $n(X)_{\text{éq}}$ représente la quantité de matière de l'espèce X dans le milieu réactionnel à l'équilibre chimique.

Q7. Expliquer en quoi l'élimination de l'eau au cours de la synthèse permet d'améliorer le rendement.

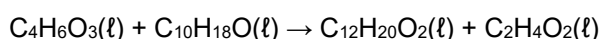
2. Utilisation de l'anhydride éthanoïque pour la synthèse de l'éthanoate de linalyle

Données :

- propriétés physico-chimiques de différentes espèces chimiques :

Nom de l'espèce chimique	Anhydride éthanoïque	Linalol	Éthanoate de linalyle	Acide éthanoïque	Eau
Formule brute	C ₄ H ₆ O ₃	C ₁₀ H ₁₈ O	C ₁₂ H ₂₀ O ₂	C ₂ H ₄ O ₂	H ₂ O
Masse volumique g·mL ⁻¹	1,08	0,87	0,89	1,05	1,00
Masse molaire en g·mol ⁻¹	102	154	196	60	18
Solubilité dans l'eau	Bonne	Assez faible	Très faible	Très bonne	

L'éthanoate de linalyle peut également être synthétisé à partir d'anhydride éthanoïque et de linalol. Cette transformation est totale et peut être modélisée par l'équation de réaction suivante :



On réalise la synthèse de l'éthanoate de linalyle en suivant les étapes du protocole décrites ci-dessous :

Étape n°1 :

- à la date $t = 0$, introduire 10 mL de linalol et 10 mL d'anhydride éthanoïque dans un ballon sec ;
- agiter et chauffer le mélange à l'aide d'un montage à reflux pendant une durée de 30 min.

Étape n°2 :

- verser doucement 30 mL d'eau distillée dans le ballon, par le sommet du réfrigérant. L'excès d'anhydride éthanoïque est alors totalement transformé en acide éthanoïque ;
- transvaser le contenu du ballon refroidi dans une ampoule à décanter et laisser décanter le mélange.

Étape n°3 :

- récupérer la phase organique et la traiter pour éliminer les impuretés restantes.

Q8. Indiquer, en justifiant, la nature et la position de la phase dans laquelle se trouve l'éthanoate de linalyle à la fin de l'étape n°2.

Pour vérifier la composition de la phase organique, on l'analyse à l'aide d'une chromatographie sur couche mince. Après révélation à l'aide d'une solution de permanganate de potassium, on obtient le chromatogramme reproduit sur la figure 2.

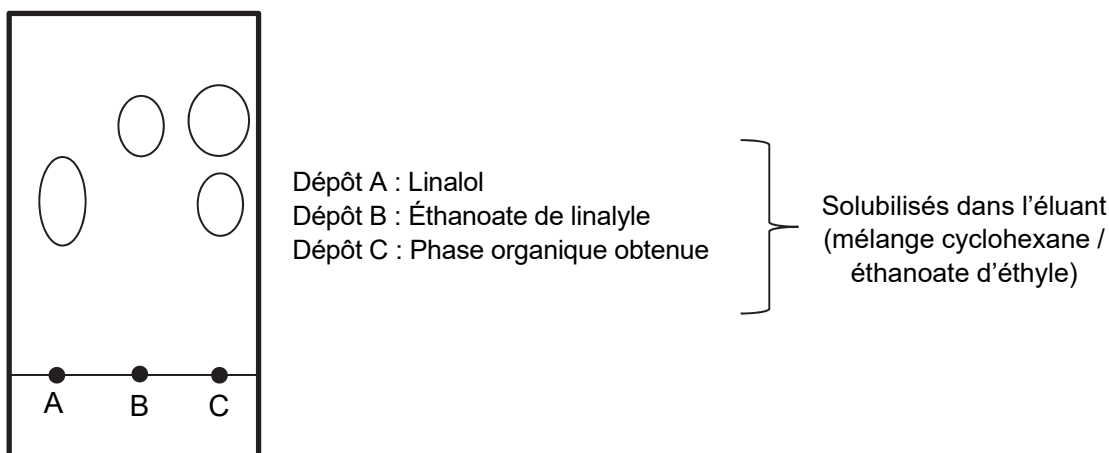


Figure 2. Reproduction du chromatogramme obtenu expérimentalement

Q9. Identifier, en justifiant, les espèces présentes dans la phase organique. Commenter.

La synthèse est réalisée une seconde fois en conservant l'ensemble des paramètres expérimentaux (température, durée de l'expérience, quantités de matière initiales), mais en ajoutant une très faible quantité d'un acide, l'APTS (acide paratoluènesulfonique), dans le ballon lors de l'étape 1. Le volume de la phase organique alors recueillie est de 9,4 mL et le chromatogramme obtenu est reproduit sur la figure 3.

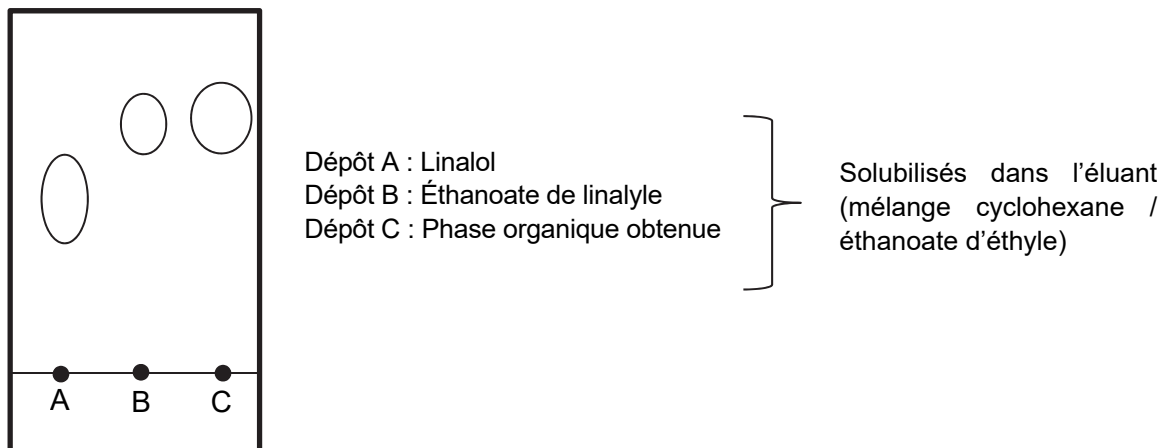


Figure 3. Chromatogramme obtenu expérimentalement après la deuxième synthèse

Q10. Déterminer l'intérêt de l'ajout d'APTS dans le milieu réactionnel.

Q11. Après avoir montré que le linalol est le réactif limitant dans la transformation chimique étudiée, calculer le rendement de la synthèse avec ajout d'APTS.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

3. Synthèse et pouvoir moussant d'un savon - Dureté d'une eau

Données :

- la dureté de l'eau ou titre hydrotimétrique (TH) est essentiellement due à la présence d'ions calcium Ca^{2+} et magnésium Mg^{2+} . Elle s'exprime en degré français (°f) et s'obtient par la relation :

$$\text{TH} = 10^4 \cdot [\text{X}^{2+}]$$

où $[\text{X}^{2+}]$ représente la somme des concentrations en quantité de matière des ions calcium et magnésium exprimées en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$;

- plage de valeurs du titre hydrotimétrique (TH) et qualificatif de l'eau associée :

TH (°f)	0 à 7	7 à 15	15 à 30	30 à 40	plus de 40
Eau	très douce	douce	moyennement dure	dure	très dure

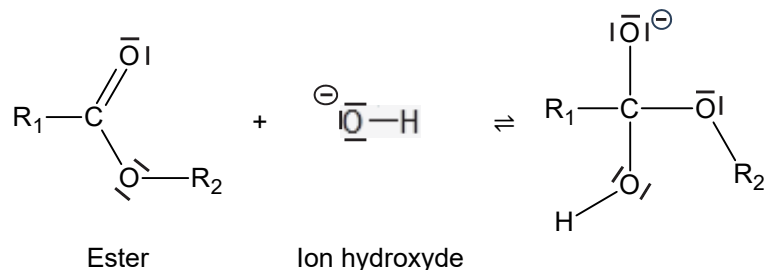
- électronégativité de quelques atomes :

Atome	C	O	H
Électronégativité	2,6	3,4	2,2

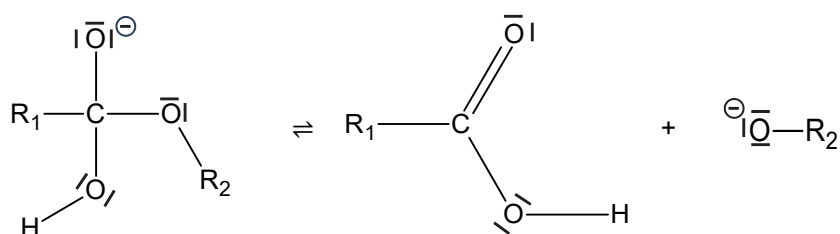
Formation d'un savon

L'une des principales applications de l'hydrolyse basique d'un ester est la synthèse des savons. L'hydrolyse basique d'un ester est une transformation chimique, lente et totale, au cours de laquelle un alcool et un ion carboxylate sont obtenus par réaction entre un ester et un ion hydroxyde OH^- . Le mécanisme de cette réaction se décompose en trois étapes présentées ci-dessous, où R_1 et R_2 représentent des chaînes carbonées :

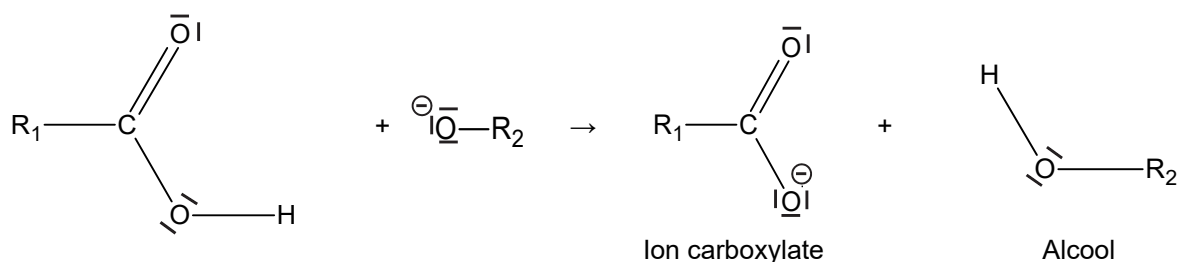
- Première étape :



- Deuxième étape :



- Troisième étape :



Q12. Identifier, en justifiant à l'aide des électronégativités, le site accepteur d'électrons (site électrophile) de la molécule d'ester.

Q13. Recopier la première étape du mécanisme sur la copie, puis la compléter à l'aide de flèches courbes.

Q14. Indiquer, pour chacune des trois étapes, le type de réaction mise en jeu.

Dureté d'une eau et pouvoir moussant d'un savon

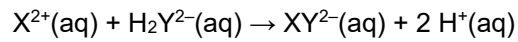
En présence d'ions calcium Ca^{2+} et magnésium Mg^{2+} , les ions carboxylate présents dans un savon forment un précipité entraînant la diminution de son pouvoir moussant. La dureté de l'eau influe donc sur l'efficacité d'un savon.

On détermine la dureté d'une eau à l'aide d'un titrage colorimétrique des ions Ca^{2+} et Mg^{2+} , notés indifféremment X^{2+} , suivant le protocole expérimental décrit ci-dessous :

- introduire un volume $V_{\text{eau}} = 50,00 \text{ mL}$ d'eau à étudier dans un erlenmeyer (incertitude-type associée : $u(V_{\text{eau}}) = 0,03 \text{ mL}$) ;
- ajouter 20 mL de solution tampon de $\text{pH} = 10$ et quelques gouttes d'un indicateur coloré ;
- doser la solution contenue dans l'erlenmeyer, par une solution aqueuse d'EDTA disodique ($2 \text{Na}^+(\text{aq}) ; \text{H}_2\text{Y}^{2-}(\text{aq})$) de concentration $c = 5,00 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (incertitude-type associée : $u(c) = 0,06 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$).

Le volume à l'équivalence $V_E = 17,6$ mL est repéré par le changement de couleur de l'indicateur coloré. L'incertitude-type associée à ce volume est : $u(V_E) = 0,1$ mL.

Dans ces conditions, l'EDTA réagit avec les ions calcium et magnésium contenus dans l'eau selon l'équation support de titrage suivante :



Q15. Établir que la relation suivante est vérifiée à l'équivalence du titrage :

$$[X^{2+}] = \frac{c \cdot V_E}{V_{eau}}$$

Q16. Calculer la valeur du titre hydrotimétrique TH de l'eau étudiée, puis déterminer l'incertitude-type $u(\text{TH})$ associée à cette mesure, sachant que :

$$u(\text{TH}) = \text{TH} \cdot \sqrt{\left(\frac{u(V_E)}{V_E}\right)^2 + \left(\frac{u(c)}{c}\right)^2 + \left(\frac{u(V_{eau})}{V_{eau}}\right)^2}$$

Q17. Comparer, en justifiant, le pouvoir moussant d'un savon dans l'eau titrée avec celui dans une eau dont la dureté serait de 30 °f.

Exercice 2 - Jeu de billes et gravité (5 points)

Certains jeux de construction, comme les circuits à billes, exploitent la gravité pour faire chuter des billes métalliques. Ces circuits contiennent des tours de hauteurs différentes et des rails droits ou courbes pour guider le chemin de la bille.

Le but de cet exercice est d'étudier le mouvement de la bille lorsqu'elle roule le long d'un rail et de vérifier s'il est possible de déduire une estimation de l'intensité de la pesanteur au travers de ce jeu.

Le mouvement de la bille est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen. À la date $t = 0$, la bille est lâchée sans vitesse initiale du point A situé en haut d'une tour de hauteur H . Elle roule ensuite sans glisser jusqu'au point B, en ligne droite le long d'un rail de longueur L .

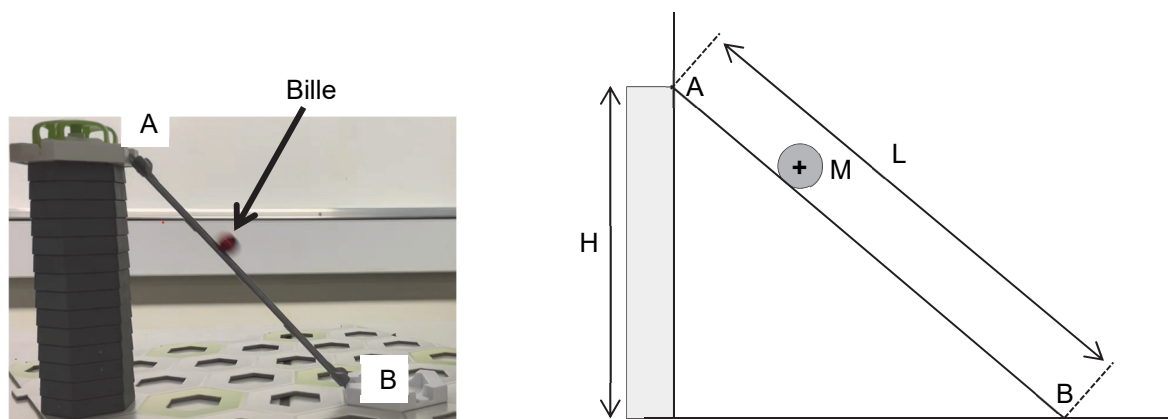


Figure 1. Photographie et schéma représentant la bille à un instant t sur le rail

Données :

- la bille est sphérique ;
- masse de la bille : $m = 8,51 \text{ g}$;
- volume de la bille : $V = 1,07 \text{ cm}^3$;
- masse volumique de différents métaux :

Métal	Acier	Cuivre	Aluminium
Masse volumique ($\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$)	$\rho_{\text{acier}} = 7,9 \times 10^3$	$\rho_{\text{cuivre}} = 9,0 \times 10^3$	$\rho_{\text{aluminium}} = 2,7 \times 10^3$

- intensité de la pesanteur de référence : $g_{\text{ref}} = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;
- la hauteur de la tour est notée H et la longueur du rail AB est notée L ;
- la référence d'énergie potentielle est choisie lorsque la bille est en contact avec le rail au point B ;
- pour discuter de l'accord du résultat d'une mesure avec une valeur de référence, on peut utiliser le quotient $\frac{|x - x_{\text{ref}}|}{u(x)}$ avec x la valeur issue de la mesure, x_{ref} la valeur de référence et $u(x)$ l'incertitude-type associée à la valeur mesurée x .

Q1. Déterminer la masse volumique ρ de la bille. En déduire la nature probable du matériau qui la constitue.

On relève la position de la bille par chronophotographie. On détermine alors, par un traitement numérique, la valeur de la vitesse v de la bille à chaque instant, puis on représente graphiquement sur la figure 2 les évolutions au cours du temps de son énergie cinétique E_c , de son énergie potentielle E_p et de son énergie mécanique E_m .

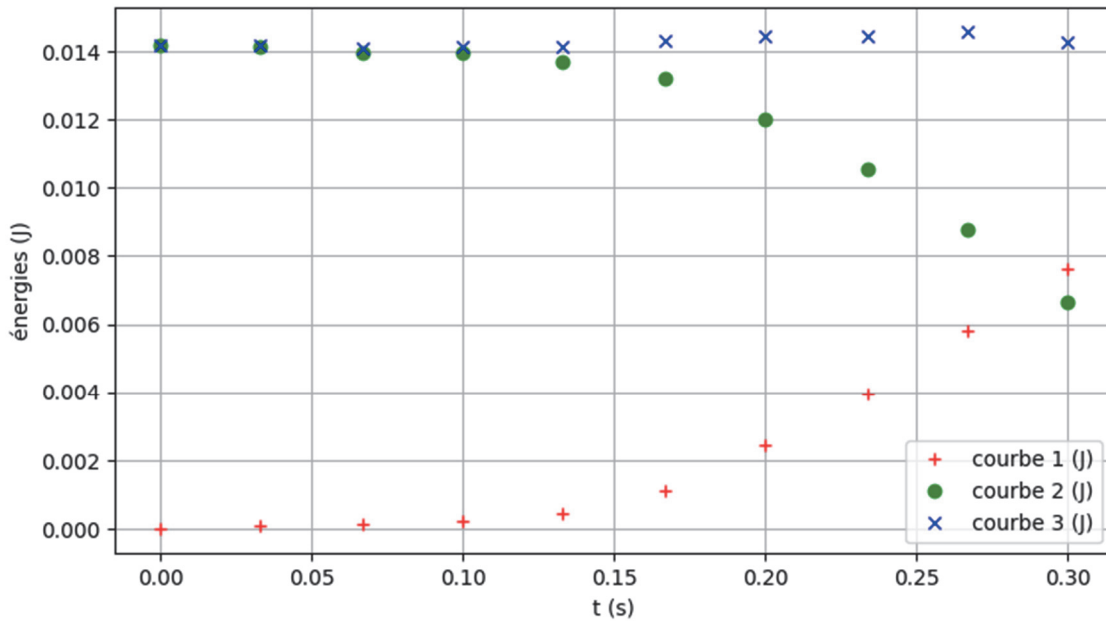


Figure 2. Représentation graphique de l'évolution des énergies potentielle, cinétique et mécanique de la bille au cours du temps

Q2. Identifier, parmi les courbes 1, 2 et 3, en justifiant, la courbe représentant l'évolution de l'énergie cinétique ainsi que celle représentant l'évolution de l'énergie potentielle de pesanteur sur la figure 2.

Q3. Décrire l'évolution temporelle de l'énergie mécanique de la bille à partir des données expérimentales. Commenter.

Les données précédentes ont été obtenues en étudiant le mouvement de la bille dans le repère d'espace (Ox ; Oz) muni des vecteurs unitaires \vec{i} et \vec{k} (voir figure 3). Les coordonnées du centre de masse sont notées $x(t)$ et $z(t)$. L'origine de l'énergie potentielle de pesanteur de la bille est prise lorsque son centre de masse est à la position $z = 0$.

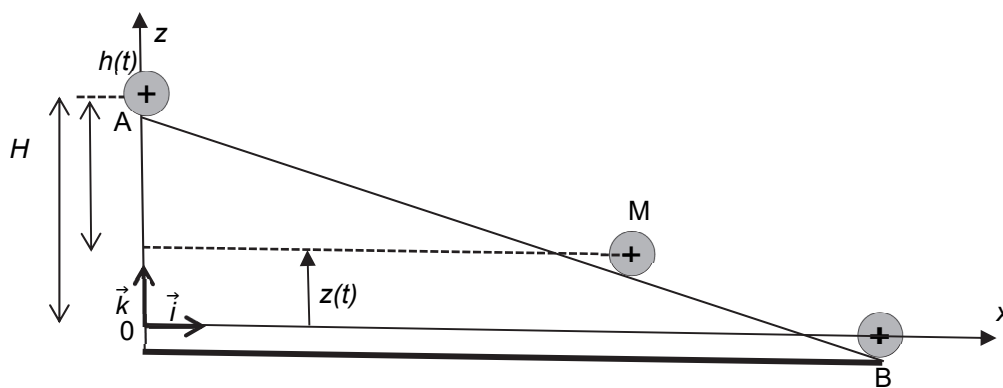


Figure 3. Schéma représentant la hauteur de chute $h(t)$ de la bille

Un programme, écrit en langage Python, a permis d'obtenir les données précédentes. Deux extraits en sont donnés en figure 4.

Extrait 1 :

```
35 #paramètres de l'acquisition
36 m = 8.51*10**(-3) #masse de la bille en kg
37 g = 9.81          #intensité de la pesanteur en m/s²
```

Extrait 2 :

```
74 #Calculs approchés des coordonnées des vitesses
75 for i in range(1,N-2):
76     vx[i] = (x[i+1]-x[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])
77     vz[i] = (z[i+1]-z[i-1])/(t[i+1]-t[i-1])
78
79 #Calculs approchés des énergies
80 for i in range(0,N-2):
81     Ep[i] = _____ # à compléter
82     Ec[i] = 7/10*m*(vx[i]**2+vz[i]**2) # formule adaptée pour une bille
83     # qui roule sans glisser
84     Em[i] = _____ # à compléter
```

Figure 4. Extraits du programme écrit en langage Python permettant de calculer les énergies potentielle, cinétique et mécanique au cours du temps

La variable N correspond ici au nombre d'images pointées sur la vidéo du mouvement de la bille allant du point A au point B.

La fonction `range(a, b)` renvoie les entiers de a à b-1 par pas de 1. Les valeurs des variables x, z et t sont stockées dans des tableaux x, z et t, indicés de 0 à N-1.

Q4. Expliquer pourquoi le programme présenté en figure 4 ne permet pas de calculer l'énergie cinétique aux points A et B.

Q5. Recopier et compléter les lignes 81 et 84 du programme écrit en langage Python présenté en figure 4 afin qu'il calcule les énergies potentielle E_p et mécanique E_m .

Lors du mouvement étudié sur cette portion du circuit, la bille roule sans glisser. Son énergie cinétique, qui tient compte de la rotation de la bille sur elle-même, est exprimée par la relation suivante :

$$E_c = \frac{7}{10} m \cdot v^2$$

Q6. En appliquant la conservation de l'énergie mécanique entre l'instant initial $t = 0$ et l'instant t , montrer que l'expression de la vitesse de la bille à l'instant t s'écrit :

$$v(t) = \sqrt{\frac{10}{7} \cdot g \cdot h(t)}$$

avec $h(t)$ la hauteur de chute, c'est-à-dire la différence d'altitude du centre de masse de la bille entre l'instant initial $t = 0$ et l'instant t .

L'évolution observée du carré de la vitesse en fonction de la hauteur de chute $h(t)$ est représentée sur la figure 5. Les points expérimentaux sont modélisés par une droite d'équation :

$$v^2(t) = k \cdot h(t)$$

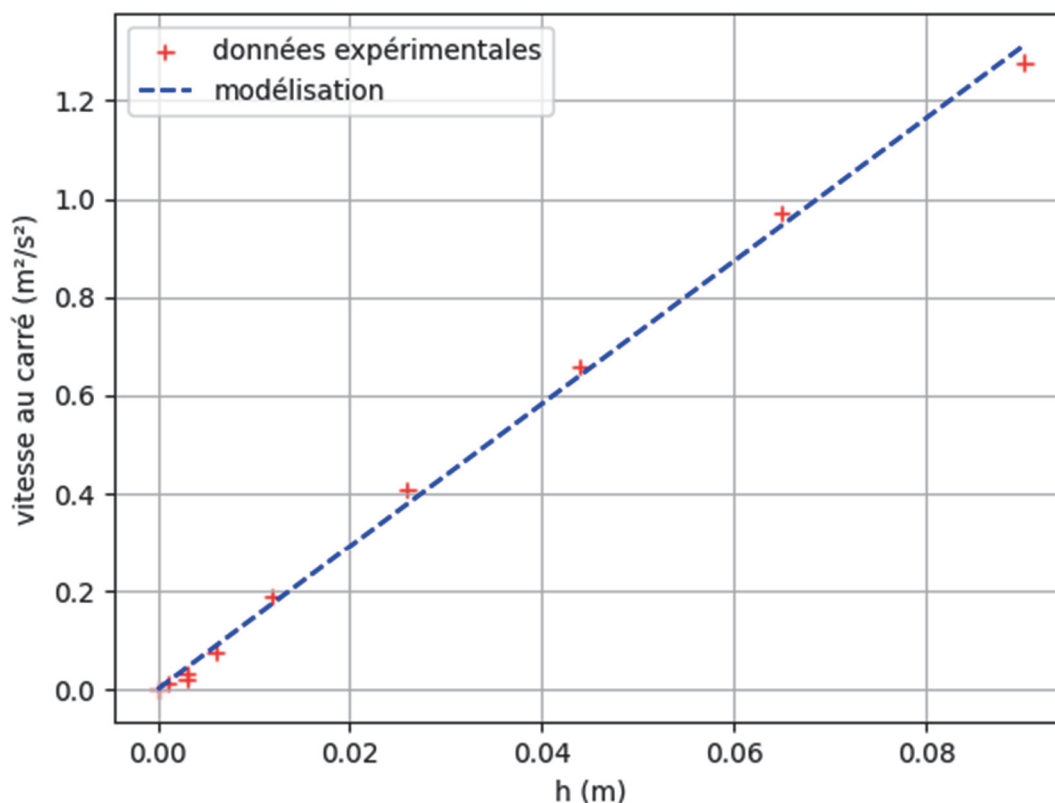


Figure 5. Évolution du carré de la vitesse $v^2(t)$ en fonction de la hauteur de chute $h(t)$ de la bille au cours du temps

Q7. Justifier que l'équation de la modélisation de la figure 5 est cohérente avec l'expression donnée en **Q6**.

Q8. Déterminer la relation entre l'intensité de la pesanteur g et la constante k . Calculer la valeur de l'intensité de la pesanteur g dans cette expérience, sachant que l'analyse des résultats reportés sur la figure 5 donne la valeur $k = 14,53 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

On reproduit sept fois la chute de la bille et on rassemble les valeurs de l'intensité de la pesanteur déterminées pour chacune des expériences dans le tableau suivant :

Expérience	1	2	3	4	5	6	7	8
Valeur expérimentale de l'intensité de la pesanteur g ($\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$)	10,17	9,70	9,81	10,19	10,32	10,32	9,42	9,89

Un traitement statistique des données du tableau précédent permet d'obtenir que l'incertitude-type sur la mesure de l'intensité moyenne de la pesanteur est $u(g_{\text{moy}}) = 0,11 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Q9. Discuter de l'accord du résultat de la mesure de l'intensité moyenne de la pesanteur issu des huit expériences avec sa valeur de référence. Conclure sur l'utilisation de cette méthode pour mesurer la valeur de l'intensité de la pesanteur avec ce jeu.

Exercice 3 - Utilisation médicale du technétium (6 points)

Les noyaux de technétium 99 radioactifs, notés $^{99}\text{Tc}^*$, sont émetteurs de rayonnements gamma (γ) utilisés dans les services de médecine nucléaire lors d'examens d'imagerie médicale tels que les scintigraphies osseuses. Produits dans le monde par uniquement dix réacteurs nucléaires, dont le réacteur Osiris du CEA en France, ces noyaux sont utilisés pour environ 500 000 examens médicaux par an en France. Dès 2014, le gouvernement français a lancé une alerte sur une pénurie durable à venir de noyaux de technétium 99, liée à la vétusté et l'arrêt programmé du fonctionnement de certains réacteurs nucléaires qui en assurent la production. Des mesures de gestion de cette pénurie ont été proposées par le Conseil National Professionnel de Médecine Nucléaire.

D'après Revue Médicale Suisse du 5 mars 2014

<https://www.sfen.org/rgn/fermeture-reacteur-osiris-risque-sante-publique/>

Les objectifs de cet exercice sont d'étudier la production et l'utilisation médicale du technétium, puis de discuter des pistes envisagées pour gérer la pénurie de cet isotope.

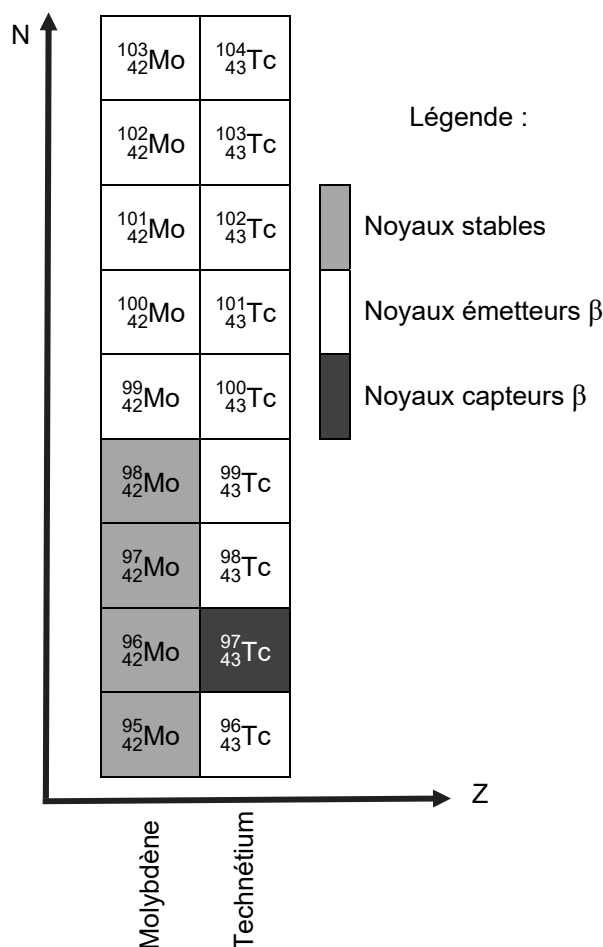
1. Production de technétium

Les noyaux de technétium 99 s'obtiennent par désintégration de type β des noyaux de molybdène 99, notés ^{99}Mo .

Les services de médecine nucléaire reçoivent des mélanges de noyaux molybdène 99 / technétium 99, ils bénéficient ainsi d'une source en technétium 99 pour quelques jours seulement.

Données :

- extrait du diagramme (N,Z) des éléments de numéros atomiques $Z = 42$ et $Z = 43$:



- temps de demi-vie :

Noyau de molybdène 99	Noyau de technétium 99
66 h pour la désintégration de type β	6 h pour l'émission de rayonnement gamma (γ)

Q1. Donner la composition du noyau de molybdène 99.

Q2. Rappeler la définition des termes « noyaux isotopes ». En déduire, à l'aide du diagramme (N,Z), deux isotopes stables du molybdène 99.

Q3. Écrire l'équation de la désintégration des noyaux de molybdène 99 en noyaux de technétium 99. Donner le nom de la particule émise lors de cette désintégration.

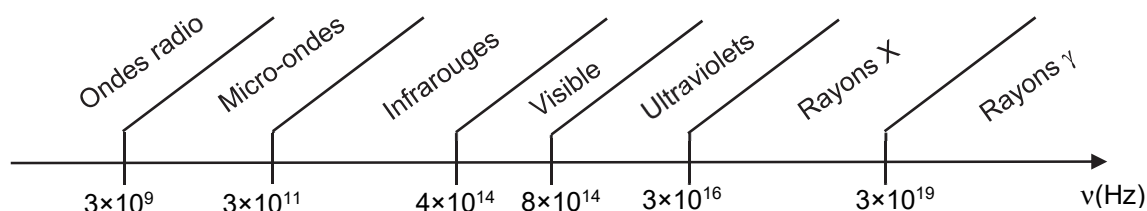
Q4. Après avoir rappelé la définition du temps de demi-vie, justifier que les services de médecine nucléaire bénéficient d'une source de technétium 99 pour quelques jours seulement.

2. Utilisation médicale de technétium en scintigraphie

Lors d'une scintigraphie, on injecte au patient une solution contenant une molécule marquée au technétium $^{99}\text{Tc}^*$ qui se fixe sur les os en moins de deux heures. Après l'injection de la solution, le patient attend donc deux à trois heures avant que les clichés soient réalisés à l'aide d'une caméra sensible aux rayons gamma, appelée gamma-caméra.

Données :

- constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$;
- $1 \text{ eV} = 1,60 \times 10^{-19} \text{ J}$;
- énergie E d'un photon associé à un rayonnement de fréquence ν : $E = h \cdot \nu$;
- gamme de fréquences ν des différents types de rayonnements électromagnétiques :



- le technétium $^{99}\text{Tc}^*$ émet principalement des photons d'énergie : $E_{\text{Tc}} = 141 \text{ keV}$;
- le technétium $^{99}\text{Tc}^*$ a une demi-vie de 6 h ;
- l'activité de la quantité injectée de technétium $^{99}\text{Tc}^*$ au patient à la date $t = 0$, notée A_0 , est de l'ordre de 700 MBq pour un patient dont la masse est 80 kg ;
- on rappelle l'équation différentielle vérifiée par le nombre de noyaux radioactifs $N(t)$ d'un échantillon à l'instant t :

$$\frac{dN(t)}{dt} + \lambda \cdot N(t) = 0$$

λ étant la constante radioactive du technétium $^{99}\text{Tc}^*$;

- l'activité d'une source radioactive, $A(t)$, s'exprime en becquerel (Bq) et a pour expression :

$$A(t) = \lambda \cdot N(t)$$

Q5. Vérifier que l'énergie des photons émis par le $^{99}\text{Tc}^*$ est compatible avec l'utilisation d'une gamma-caméra pour réaliser les clichés lors d'une scintigraphie.

Q6. Justifier l'utilisation d'un protège-seringue possédant un blindage à base de verre au plomb pour la réalisation de l'injection de la solution au patient.

Q7. Résoudre l'équation différentielle afin d'exprimer le nombre de noyaux radioactifs de technétium $^{99}\text{Tc}^*$ à l'instant t , noté $N(t)$, en fonction du nombre initial de noyaux radioactifs à l'instant $t = 0$, noté N_0 , et de la constante radioactive λ .

Q8. Montrer que l'expression de l'activité $A(t)$ du technétium $^{99}\text{Tc}^*$ en fonction de l'activité initiale A_0 injectée au patient et de la constante radioactive λ s'écrit $A(t) = A_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$.

Q9. Montrer que la constante radioactive λ et le temps de demi-vie $t_{1/2}$ sont reliés par la relation :

$$\lambda = \frac{\ln(2)}{t_{1/2}}$$

Tant que l'activité du technétium $^{99}\text{Tc}^*$ dans le corps du patient est supérieure à 3 % de l'activité initiale injectée, des mesures de précaution doivent être respectées par le patient (rester éloigné des femmes enceintes et des jeunes enfants, nettoyer soigneusement les toilettes après chaque utilisation, etc.).

Q10. Déterminer la durée pendant laquelle le patient doit respecter ces précautions en supposant que la diminution de l'activité du technétium $^{99}\text{Tc}^*$ dans le corps du patient n'est due qu'à la décroissance radioactive.

3. Pistes pratiques pour gérer les périodes de pénurie de technétium 99

Le technétium $^{99}\text{Tc}^*$ est obtenu par désintégration du molybdène 99 (^{99}Mo) issu de réactions de fission dans les réacteurs nucléaires. La fermeture progressive de certains réacteurs nucléaires entraîne une diminution de la production mondiale en molybdène 99.

Pour les scintigraphies cardiaques, il est possible d'utiliser des traceurs marqués au thallium 201 ($^{201}\text{Tl}^*$) à la place du technétium 99 ($^{99}\text{Tc}^*$).

Donnée :

- tableau comparatif des principales caractéristiques de deux radioéléments :

Noyau	Thallium 201	Technétium 99
Symbole	$^{201}\text{Tl}^*$	$^{99}\text{Tc}^*$
Temps de demi-vie	3,04 jours pour le rayonnement γ d'énergie 167 keV	6 h pour le rayonnement γ d'énergie 141 keV
Coût d'un examen cardiaque	0,8267 €/MBq	0,0378 €/MBq
Nombre d'injections lors de l'examen	1	2

Q11. Identifier, en justifiant, un avantage et un inconvénient au remplacement du technétium 99 ($^{99}\text{Tc}^*$) par du thallium 201 ($^{201}\text{Tl}^*$).