

**Corrigé du bac général 2025**  
**Spécialité Mathématiques**  
**Centres Etrangers Afrique – Jour 2**

**BACCALAURÉAT GÉNÉRAL**

**ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ**

**SESSION 2025**

**MATHÉMATIQUES**

Durée de l'épreuve : 4 heures

*L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.*

*L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.*

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site [sujetdebac.fr](http://sujetdebac.fr)

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :  
[www.sujetdebac.fr/Annales/specialites/spe-mathematiques/](http://www.sujetdebac.fr/Annales/specialites/spe-mathematiques/)

## EXERCICE 1 (6 points)

### Partie A

1. On utilise la suite géométrique  $(u_n)$  de premier terme  $u_0 = 6$  (en milliers d'individus) et de raison  $q = 0,93$ .

La population au 1er janvier 2026 est donc  $u_1 = u_0 \times q = 6 \times 0,93 = 5,58$

La population est donc de 5580 individus.

2. Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = u_0 \times q^n = 6 \times 0,93^n$

3. La suite  $u_n = 6 \times 0,93^n$  est une suite géométrique de raison strictement comprise entre 0 et 1.

$$\text{Donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$$

Dans le milieu A, la population diminue d'environ 7 % chaque année. À long terme, elle tend vers 0 : cela signifie que la population finira par disparaître dans ce milieu.

### Partie B

1. On a :

$$v_0 = 6$$

$$v_1 = -0,05 \times v_0^2 + 1,1 \times v_0 = -0,05 \times 36 + 1,1 \times 6 = -1,8 + 6,6 = 4,8$$

La population au 1er janvier 2026 est donc de 4800 individus.

2. On considère la fonction  $f(x) = -0,05x^2 + 1,1x$

Cette fonction est un polynôme du second degré. Son coefficient dominant est négatif  $(-0,05)$ , donc sa courbe est une parabole tournée vers le bas.

$$\text{Son sommet est en } x_s = \frac{-1,1}{2 \times (-0,05)} = \frac{-1,1}{-0,1} = 11$$

Donc  $f$  est croissante sur  $[0 ; 11]$ .

3. Initialisation :  $v_0 = 6$ , donc  $2 \leq v_1 \leq v_0$  (car on a vu que  $v_1 = 4,8$ )

Hérédité : On suppose que pour un certain  $n$ , on a  $2 \leq v_n \leq 6$ . On veut montrer que  $2 \leq v_{n+1} \leq v_n$

On utilise la fonction  $f(x) = -0,05x^2 + 1,1x$

Comme  $f$  est croissante sur  $[0; 11]$  et que  $v_n \in [2; 6] \subset [0; 11]$ , on a :

- $f(v_n) \leq f(6) = -0,05 \times 36 + 1,1 \times 6 = -1,8 + 6,6 = 4,8$
- $f(v_n) \geq f(2) = -0,05 \times 4 + 1,1 \times 2 = -0,2 + 2,2 = 2$

Donc  $v_{n+1} = f(v_n) \in [2; 4,8] \subset [2; v_n]$

Conclusion : la propriété est héréditaire. Par récurrence, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ , on a  $2 \leq v_{n+1} \leq v_n \leq 6$

**4.** La suite  $(v_n)$  est bornée inférieurement par 2 et décroissante à partir de  $n = 0$ . Donc, elle est convergente d'après le théorème de convergence des suites monotones.

**5. a.** Si  $\ell = \lim v_n$ , alors en passant à la limite dans la relation de récurrence :

$$\ell = \lim v_{n+1} = \lim f(v_n) = f(\ell)$$

Donc  $\ell$  est une solution de  $f(x) = x$

On résout  $-0,05x^2 + 1,1x = x \Leftrightarrow -0,05x^2 + 0,1x = 0 \Leftrightarrow x(-0,05x + 0,1) = 0$

Solutions :  $x = 0$  ou  $x = 2$

Mais  $v_n \geq 2$ , donc  $\ell = 2$ .

**5. b.** Dans le milieu B, la population diminue au départ, puis se stabilise à long terme à 2000 individus.

### Partie C

**1.** Dans le milieu A, la population est donnée par  $u_n = 6 \times 0,93^n$

On cherche le plus petit  $n$  tel que  $u_n < 3$

$$\Leftrightarrow 6 \times 0,93^n < 3 \Leftrightarrow 0,93^n < 0,5$$

On prend le logarithme :  $n \ln(0,93) < \ln(0,5) \Leftrightarrow n > \frac{\ln(0,5)}{\ln(0,93)} \approx \frac{-0,6931}{-0,07257} \approx 9,55$

Donc, à partir de  $n = 10$ , soit en 2035, la population du milieu A devient strictement inférieure à 3000 individus.

**2.** On utilise une calculatrice pour déterminer le premier  $n$  tel que  $v_n < 3$ .

En faisant les calculs (ou en utilisant la fonction récursive sur la calculatrice), on trouve :

À partir de l'année 2031 (soit  $n = 6$ ),  $v_n < 3$ .

3. D'après les questions précédentes :

- La population dans A passe sous 3000 en 2035.
- Celle dans B passe sous 3000 en 2031, mais tend vers 2000 ensuite.

La suite  $(u_n)$  tend vers 0, et  $(v_n)$  tend vers 2. Donc à long terme,  $v_n > u_n$ .

Il existe donc un rang à partir duquel  $v_n > u_n$ , c'est-à-dire une année à partir de laquelle la population dans B dépasse celle dans A.

4. a. Programme complété :

```
n = 0
u = 0
v = 6
while u >= v :
    u = u * 0.93
    v = -0.05 * v**2 + 1.1 * v
    n = n + 1
print(2025 + n)
```

4. b. En exécutant ce programme, on trouve que la condition  $v > u$  est remplie pour la première fois lorsque  $n = 13$ .

Donc l'année affichée est  $2025 + 13 = 2038$ .

## EXERCICE 2 (6 points)

### Partie A

1. Par lecture graphique  $f(10) \approx 0,85$ .

2. Graphiquement, cela signifie que la courbe  $\mathcal{C}_f$  admet une asymptote horizontale d'équation  $y = 1$ .

3. On a  $f(0) = 0,5$

$$\text{Donc } f(0) = \frac{1}{a+e^0} = \frac{1}{a+1} = 0,5$$

On résout :

$$\frac{1}{a+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow a+1 = 2 \Rightarrow a = 1$$

4. Les points A(0 ; 0,5) et B(10 ; 1) permettent de calculer le coefficient directeur de la droite (AB) :

$$m = \frac{1 - 0,5}{10 - 0} = \frac{0,5}{10} = 0,05$$

5. a. Posons  $u(x) = 1 + e^{-bx}$ , alors  $f(x) = \frac{1}{u(x)}$

Donc par dérivation :

$$f'(x) = -\frac{u'(x)}{u(x)^2}$$

$$\text{Or } u'(x) = -be^{-bx}$$

Donc :

$$f'(x) = \frac{be^{-bx}}{(1 + e^{-bx})^2}$$

5. b. La droite (AB) est tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point A, donc  $f'(0) = 0,05$ .

On remplace dans l'expression de  $f'(x)$  :

$$f'(0) = \frac{b \cdot 1}{(1 + 1)^2} = \frac{b}{4}$$

Donc :

$$\frac{b}{4} = 0,05 \Rightarrow b = 0,2$$

## **Partie B**

1. On considère désormais  $f(x) = \frac{1}{1+e^{-0,2x}}$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{1+0} = 1$$

2. La dérivée de  $f$  est :

$$f'(x) = \frac{0,2e^{-0,2x}}{(1 + e^{-0,2x})^2}$$

Le numérateur et le dénominateur sont strictement positifs sur  $[0; +\infty[$ , donc  $f'(x) > 0$ .  
Donc la fonction  $f$  est strictement croissante sur  $[0; +\infty[$ .

3. La fonction  $f$  est continue et strictement croissante sur  $[0; +\infty[$ , avec :

$$f(0) = \frac{1}{1 + 1} = 0,5 < 0,97$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1 > 0,97$$

Donc, par le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un unique  $\alpha \in [0; +\infty[$  tel que  $f(\alpha) = 0,97$ .

4. À l'aide de la calculatrice :

$$f(17) \approx 0,968$$

$$f(18) \approx 0,973$$

Donc :  $\alpha \in [17; 18]$ .

### Partie C

1. On part de :

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-0,2x}}$$

On multiplie numérateur et dénominateur par  $e^{0,2x}$  :

$$f(x) = \frac{e^{0,2x}}{e^{0,2x} + 1}$$

2. Soit  $u(x) = 1 + e^{0,2x}$ , alors  $u'(x) = 0,2e^{0,2x}$

On reconnaît  $f(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$ , donc une primitive de  $f$  est :

$$F(x) = \frac{\ln(1 + e^{0,2x})}{0,2} = 5 \ln(1 + e^{0,2x})$$

3. On utilise la primitive trouvée :

$$\begin{aligned}\int_0^{40} f(x) dx &= 5 \ln(1 + e^{0,2 \cdot 40}) - 5 \ln(1 + e^0) \\ &= 5 (\ln(1 + e^8) - \ln(2))\end{aligned}$$

Donc :

$$I = \frac{5}{40} (\ln(1 + e^8) - \ln(2)) = \frac{\ln(1 + e^8) - \ln(2)}{8}$$

Valeur approchée :

$$I \approx 0,913$$

### EXERCICE 3 (4 points)

#### Partie A

1. Il y a 64 caractères possibles pour chaque position dans la séquence. Une séquence comporte 4 caractères, donc :  $64^4 = 16\,777\,216$ .

Il y a 16 777 216 séquences possibles.

2. Si les 4 caractères doivent être tous différents, on compte sans remise :

$$64 \times 63 \times 62 \times 61 = 15\,249\,024$$

3. a. Le nombre de caractères ne comportant pas la lettre A majuscule est 63 (car on enlève un caractère). Donc :  $63^4 = 15\,752\,961$  séquences ne comportant pas de A majuscule.

3. b. Le nombre de séquences avec au moins une lettre A majuscule est :  $64^4 - 63^4 = 16\,777\,216 - 15\,752\,961 = 1\,024\,255$ .

3. c. On veut des séquences comportant exactement une fois la lettre A majuscule. On choisit :

- la position où placer le A majuscule : 4 choix
- les 3 autres caractères parmi les 63 restants (différents de A) :  $63^3$

Donc nombre de séquences :  $4 \times 63^3 = 1\,000\,188$ .

3. d. Pour avoir exactement deux fois la lettre A majuscule, on choisit :

- les 2 positions où placer les A :  $\binom{4}{2} = 6$
- les 2 autres caractères parmi les 63 restants :  $63^2$

Donc nombre de séquences :  $6 \times 63^2 = 23\,814$ .

### Partie B

1. La variable aléatoire  $X$  suit une loi binomiale, car on répète 250 fois une expérience de Bernoulli avec deux issues (bon ou mauvais caractère transmis) et que les expériences sont indépendantes.

Paramètres :

- $n = 250$
- $p = 0,01$

2. On cherche  $P(X = 0)$ , c'est-à-dire que aucun caractère n'est mal transmis :

$$P(X = 0) = (1 - p)^{250} = 0,99^{250} \approx 0,08$$

3. L'espérance est :

$$\mathbb{E}(X) = np = 250 \times 0,01 = 2,5$$

La loi est centrée autour de 2 ou 3 erreurs. 16 est une valeur très éloignée de cette moyenne. Donc  $P(X > 16)$  est effectivement très faible, et l'affirmation peut être jugée raisonnable.

### Partie C

On utilise les propriétés d'additivité de l'espérance et de la variance pour des variables indépendantes :

$$\mathbb{E}(S) = \mathbb{E}(X_1) + \mathbb{E}(X_2) + \mathbb{E}(X_3) + \mathbb{E}(X_4) = 4 \times 250 \times 0,01 = 10$$

$$\text{Var}(S) = \text{Var}(X_1) + \text{Var}(X_2) + \text{Var}(X_3) + \text{Var}(X_4)$$

Or  $\text{Var}(X_i) = np(1 - p) = 250 \times 0,01 \times 0,99 = 2,475$

Donc :

$$\text{Var}(S) = 4 \times 2,475 = 9,9$$

### EXERCICE 4 (4 points)

1. a. Calculons les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  :

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 - 1 \\ 1 - 0 \\ 2 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} = \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ 3 - 0 \\ 2 - 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  ne sont pas colinéaires car leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles. Donc les points A, B et C ne sont pas alignés.

1. b. On vérifie que le vecteur  $\vec{n}$  est orthogonal aux vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  en calculant les produits scalaires :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n} = (-3)(-1) + (1)(1) + (-1)(4) = 3 + 1 - 4 = 0$$

$$\overrightarrow{AC} \cdot \vec{n} = (-1)(-1) + (3)(1) + (-1)(4) = 1 + 3 - 4 = 0$$

Le vecteur  $\vec{n}$  est orthogonal aux deux vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$  non colinéaire du plan (ABC), donc c'est un vecteur normal au plan (ABC).

1. c. Une équation cartésienne du plan (ABC) est de la forme :

$$-x + y + 4z + d = 0$$

On remplace par les coordonnées du point A(1 ; 0 ; 3) pour trouver  $d$  :

$$-1 + 0 + 4 \cdot 3 + d = 0 \Rightarrow -1 + 12 + d = 0 \Rightarrow d = -11$$

Donc une équation du plan (ABC) est :

$$-x + y + 4z - 11 = 0$$

2. a. Les vecteurs normaux des plans sont :

- $\vec{n}_P = (3; -3; 2)$
- $\vec{n}_{P'} = (1; -1; -1)$

Ces vecteurs ne sont pas colinéaires, donc les plans  $P$  et  $P'$  sont sécants. Ils se coupent donc selon une droite, qu'on note (d).

**2. b.** On calcule le produit scalaire de leurs vecteurs normaux :

$$\vec{n}_P \cdot \vec{n}_{P'} = 3 \cdot 1 + (-3)(-1) + 2 \cdot (-1) = 3 + 3 - 2 = 4$$

Ce produit est non nul, donc les plans ne sont pas perpendiculaires.

**3.** On propose comme vecteur directeur de  $(d)$  :  $\vec{u} = (1; 1; 0)$

Calcul des produits scalaires :

$$\vec{n}_1 \cdot \vec{u} = 3 \cdot 1 + (-3) \cdot 1 + 2 \cdot 0 = 3 - 3 + 0 = 0$$

$$\vec{n}_2 \cdot \vec{u} = 1 \cdot 1 + (-1) \cdot 1 + (-1) \cdot 0 = 1 - 1 + 0 = 0$$

Le vecteur  $\vec{u}$  est orthogonal aux deux vecteurs normaux, donc il est contenu dans les deux plans.

D'après le théorème du toit, un vecteur appartenant à deux plans est un vecteur directeur de leur droite d'intersection.

Donc le vecteur  $\vec{u} = (1; 1; 0)$  est un vecteur directeur de la droite  $(d)$ .

**4.** Pour  $P$  :

$$3 \cdot 2 - 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 - 9 = 6 - 3 + 6 - 9 = 0$$

Pour  $P'$  :

$$2 - 1 - 3 + 2 = 0$$

Le point M appartient bien aux deux plans, donc il appartient à leur droite d'intersection  $(d)$ .

On connaît un point (M) et un vecteur directeur  $\vec{u} = (1; 1; 0)$ , donc une représentation paramétrique de la droite  $(d)$  est :

$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = 3 \end{cases} \quad \text{avec } t \in \mathbb{R}$$

**5.** On a déjà vu que le point M(2 ; 1 ; 3) appartient au plan (ABC). On vérifie maintenant que son vecteur directeur  $\vec{u} = (1; 1; 0)$  est contenu dans ce plan.

On calcule le produit scalaire avec le vecteur normal du plan (ABC), qui est  $\vec{n} = (-1; 1; 4)$  :

$$\vec{n} \cdot \vec{u} = (-1)(1) + (1)(1) + (4)(0) = -1 + 1 = 0$$

Le vecteur directeur de la droite  $(d)$  est orthogonal au vecteur normal du plan (ABC), donc la droite  $(d)$  est contenue dans le plan.

Conclusion : Les trois plans  $P$ ,  $P'$  et  $(ABC)$  sont concourants, c'est-à-dire qu'ils se coupent tous les trois selon la même droite  $(d)$ .

---

*Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :*  
[www.sujetdebac.fr/Annales/specialites/spe-mathematiques/](http://www.sujetdebac.fr/Annales/specialites/spe-mathematiques/)