# Baccalauréat L facultatif Amérique du Nord juin 2003

Durée de l'épreuve : 3 heures
L'usage d'une calculatrice est autorisé (circulaire n° 99-186 du 16-11-1999)

La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Les graphiques demandés seront réalisés sur une feuille de papier millimétré mise à votre disposition.

Le candidat doit traiter TROIS exercices :
Obligatoirement : l'exercice 1 et l'exercice 2,
Au choix : l'exercice 3 ou l'exercice 4.

## EXERCICE 1 OBLIGATOIRE — 7 points

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle I = [0,25 ; 10] par

$$f(x) = \ln(x) + \frac{2}{x}.$$

On note $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, l'unité de longueur étant 2 cm.

**1.** Déterminer la fonction dérivée $f'$ de cette fonction $f$ et dresser le tableau de variations de la fonction $f$ sur I.

**2.** Calculer $f(1)$ et $f'(1)$ et en déduire l'équation réduite de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ en son point d'abscisse 1.

**3.** Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ ainsi que la tangente (T).

**4.** **a.** Développer $(x-3)(x-6)$.

**b.** Résoudre dans l'intervalle I l'équation $f'(x) = \frac{1}{9}$.

**c.** Justifier alors que la courbe $(\mathcal{C})$ admet deux tangentes parallèles â la droite d'équation $y = \frac{x}{9}$.

**Dérivées de fonctions usuelles :**

| $F(x)$ | $x$ | $x^2$ | $x^3$ | $\frac{1}{x}$ | $\ln x$ | $\mathrm{e}^x$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $F'(x)$ | $1$ | $2x$ | $3x^2$ | $-\frac{1}{x^2}$ | $\frac{1}{x}$ | $\mathrm{e}^x$ |
| conditions | | | | $x \neq 0$ | $x > 0$ | |

## EXERCICE 2 OBLIGATOIRE — 7 points

Un jeu consiste à cocher 8 cases sur une grille A (n$^{\text{o}}$ 1 à 20) et 1 case sur une grille B (n$^{\text{o}}$ 1 à 4)

GRILLE A

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |

GRILLE B

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 |

« *Les résultats des calculs de probabilité seront donnés à* $0,000\,1$ *près* »

**1.** Déterminer le nombre de façons possibles de cocher 8 cases dans la grille A.
Un tirage détermine 8 « bons numéros » dans la grille A et 1 « bon numéro » dans la grille B.

**2.** Cas 1 : le joueur récupère sa mise lorsqu'il a coché 4 « bons numéros» dans la grille A et 1 « bon numéro » dans la grille B.

**a.** Combien de grilles cochées A comportent 4 « bons numéros » et 4 « mauvais numéros » ? En déduire la probabilité de cocher 4 « bons numéros » dans la grille A.

**b.** Déterminer la probabilité de cocher le « bon numéro » dans la grille B.

**c.** En déduire que la probabilité que le joueur récupère sa mise est de $0,0688$.

**3.** Cas 2 : le joueur gagne s'il a coché 5, 6, 7 et 8 « bons numéros » dans la grille A (avec ou sans le numéro gagnant de la grille B).

**a.** Combien de grilles cochées A comportent 5 « bons numéros » et 3 « mauvais numéros » ?

**b.** En déduire la probabilité de cocher 5 « bons numéros » dans la grille A.

**4.** On admet que la probabilité d'être gagnant est de $\dfrac{2}{11}$. Un joueur décide de jouer les mêmes numéros sur 4 tirages consécutifs. Déterminer la probabilité que ce joueur soit gagnant 2 fois sur les 4 tirages.

## EXERCICE 3 AU CHOIX **6 points**

Rappel : un rectangle est un « rectangle d'or » si le quotient de sa longueur par sa largeur est égal au nombre d'or : $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.
ABCD est un rectangle tel que AD > AB. On considère les points K ∈ [BC] et H ∈[AD] tel que ABKH soit un carré et I le milieu du segment [AH].

**1.** Justifier que $\text{ID} = \text{AD} - \dfrac{1}{2}\text{AB}$.

**2.** Montrer que $\text{IB} = \dfrac{\sqrt{5}}{2}\text{AB}$.

**3.** Dans cette question on suppose que le rectangle ABCD est un rectangle d'or.

**a.** Exprimer ID en fonction de AB.

**b.** En déduire que si ABCD est un rectangle d'or alors ID = IB.

**4.** Dans cette question, **on suppose que ID = IB**.

**a.** Exprimer AD en fonction de AB.

**b.** En déduire que ABCD est un rectangle d'or.

**5.** On considère un segment [AB] de longueur 6 cm.
Construire à la règle et au compas un rectangle d'or ABCD (AD > AB) en justifiant la construction de chaque élément et en laissant apparaître les tracés.

**Exercice 4 au choix** **6 points**

Dans une entreprise de vente par correspondance, les références des articles sont composées de 6 chiffres et d'une lettre de contrôle afin d'éviter les erreurs de saisie. La position de la lettre dans l'alphabet correspondant au reste de la division de la référence numérique par 26.
Exemple : la référence numérique $123\,456 = 4\,748 \times 26 + 8$ et la 8 lettre de l'alphabet est H donc la référence de l'article avec sa clé de contrôle est 123456 H.

**1.** La référence numérique d'un article est 784503, déterminer la lettre de contrôle correspondant à cette référence.

**2.** On considère la référence $\cdot 37\,254$ H où le 1^er^ chiffre a été effacé.

**a.** On note $n$ le chiffre manquant. Vérifier que le nombre $n37\,254 = n \times 100\,000 + 37\,254$.

**b.** Déterminer le reste de la division de 100000 par 26, puis de 37254 par 26.

**c.** En déduire que $4n + 22 \equiv 8 \quad (\text{modulo } 26)$.

**d.** Sachant que $1 \leqslant n \leqslant 9$, déterminer le chiffre manquant de la référence.